

MAURICE ALLAIS

INGÉNIEUR EN CHEF AU CORPS DES MINES

**STRUCTURE PÉRIODIQUE
DES MOUVEMENTS DU PENDULE PARACONIQUE
A SUSPENSION ANISOTROPE
ET INFLUENCE LUNISOLAIRE
RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET ANOMALIES**

FASCICULE II

*Extraits des Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences
Séances des 3 Novembre, 22 Décembre 1958, 19 Janvier et 9 Février 1959*

MAURICE ALLAIS

STRUCTURE PÉRIODIQUE
DES MOUVEMENTS DU PENDULE PARACONIQUE
A SUSPENSION ANISOTROPE
ET INFLUENCE LUNISOLAIRE
RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET ANOMALIES

FASCICULE II

- Note du 3 Novembre 1958. NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LE PENDULE PARACONIQUE A SUPPORT ANISOTROPE.*
- Note du 22 Décembre 1958. STRUCTURE PÉRIODIQUE DES MOUVEMENTS DU PENDULE PARACONIQUE A SUPPORT ANISOTROPE A BOUGIVAL ET SAINT-GERMAIN EN JUILLET 1958.*
- Note du 9 Février 1959. DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE L'INFLUENCE DE L'ANISOTROPIE DU SUPPORT SUR LE MOUVEMENT DU PENDULE PARACONIQUE.*
- Note du 19 Janvier 1959. DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE L'INFLUENCE DE L'INCLINAISON DE LA SURFACE PORTANTE SUR LE MOUVEMENT DU PENDULE PARACONIQUE A SUPPORT ANISOTROPE.*

MÉCANIQUE. — *Nouvelles expériences sur le pendule paraconique à support anisotrope*. Note (*) de M. MAURICE ALLAIS, présentée par M. Albert Caquot.

Les expériences sur le pendule paraconique à support anisotrope ont été reprises en juillet 1958 simultanément à Saint-Germain et à Bougival avec plus de 50 m de recouvrement. Ces expériences ont montré que les anomalies précédemment signalées dans le mouvement du pendule subsistaient.

1. Dans des Notes précédentes (1), j'ai rendu compte des anomalies présentées par les mouvements du pendule paraconique à support anisotrope, anomalies constituées par l'existence de composantes périodiques.

2. J'ai repris les expériences dans un laboratoire à l'abri des variations de température et des oscillations de la structure extérieure sous l'influence de perturbations extérieures, le vent par exemple.

Le nouveau laboratoire est situé à Bougival, dans la craie, dans une galerie souterraine sous 57 m de recouvrement d'argile et de craie, ce qui réalise avec précision les conditions ci-dessus. Le laboratoire de Bougival est distant d'environ 6,5 km du laboratoire de Saint-Germain.

Pour permettre les comparaisons, le pendule et son support métallique ont été maintenus sans changement.

3. Les anomalies dont j'ai rendu compte précédemment continuent à être observées.

Je rends compte par le graphique ci-joint des résultats d'analyse harmonique obtenus par la méthode du filtre de Buys-Ballot pour une période de 25 h (2) à partir des observations faites simultanément dans les deux laboratoires pendant un mois, de jour et de nuit, du 2 juillet 0 h T. U. au 31 juillet 23 h 40 m T. U., dans des conditions *identiques* à celles de mes expériences de juin-juillet 1955 (3).

Ce graphique permet de comparer les résultats obtenus à Saint-Germain et Bougival. Les deux ondes ont des amplitudes peu différentes et une concordance presque parfaite de phase.

4. Nous savons par les données antérieures que les amplitudes des composantes périodiques varient beaucoup avec l'époque.

En comparant les résultats obtenus du 2 au 31 juillet à Bougival et

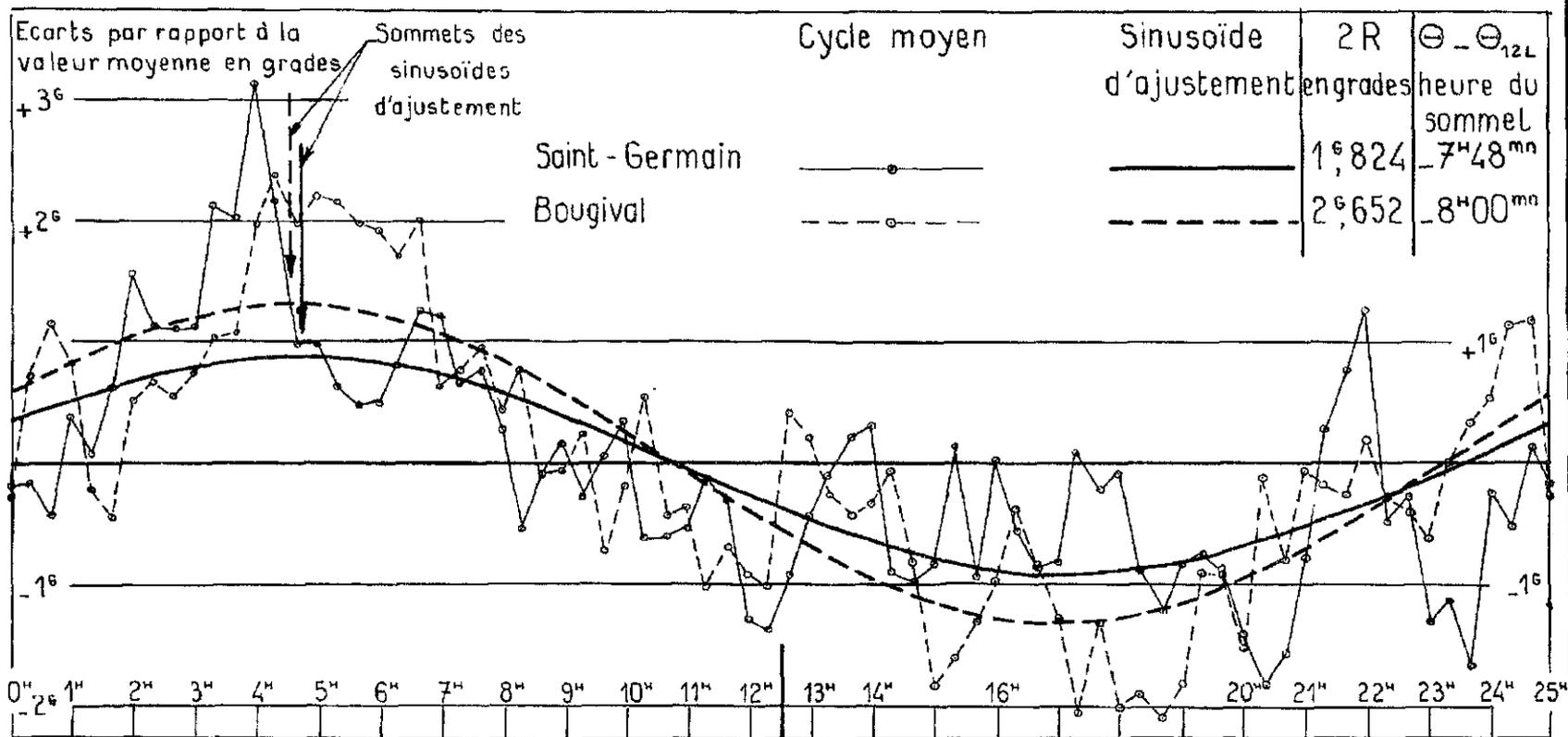
ANNEXE I

COMPARAISON DES RESULTATS D'ANALYSE HARMONIQUE DU FILTRE DE BUYS - BALLOT POUR LA PERIODE DE 25^H

EXPERIENCES DE JUILLET 1958

LABORATOIRES DE S'GERMAIN ET BOUGIVAL

(du 2 juillet 0^hTU au 31 juillet 23^h40^mTU)



Passage de la lune au méridien du jour moyen: 12^hTL

Saint-Germain et ceux obtenus à une époque voisine de l'année du 7 juin au 7 juillet 1955, et dont j'ai déjà rendu compte ⁽¹⁾, nous voyons que les amplitudes sont différentes, mais qu'à 1 h près la différence de phase avec la lune est la même.

5. Ces essais montrent ainsi :

a. Que l'existence d'une périodicité d'une période voisine de 24 h 50 m ⁽²⁾ n'est pas due à une cause fortuite;

b. qu'elle se constate quand il n'y a pas de variation thermique;

c. qu'elle se constate quand la structure extérieure du laboratoire est à l'abri de toutes les perturbations extérieures ⁽³⁾.

⁽¹⁾ Séance du 20 octobre 1958.

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 243, 1957, p. 1697, 1875, 2001, 2170 et 2467.

⁽²⁾ Le filtre de Buys-Ballot d'une période de 25 h appliqué à une onde de 24 h 50 m donne des résultats presque identiques à ceux correspondant à un filtre de période égale à 24 h 50 m et il est d'un usage beaucoup plus commode pour les calculs.

La raison en est que deux ondes de périodes de 24 h 50 m et 25 h sont inséparables sur une durée d'un mois d'observations.

⁽³⁾ *Comptes rendus*, 243, 1957, p. 1697.

⁽⁴⁾ *Comptes rendus*, 243, 1957, p. 1875.

⁽⁵⁾ Voir les explications différentes de M. Goguel : *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 2340.

MÉCANIQUE. — *Structure périodique des mouvements du pendule paraconique à support anisotrope à Bougival et Saint-Germain, en juillet 1958.* Note (*) de M. MAURICE ALLAIS, transmise par M. Albert Caquot.

Les résultats d'analyse harmonique précédemment indiqués (1) sont complétés relativement aux périodes de 24 h 50 mn, 24 h et 12. L'analyse effectuée montre qu'au cours du mois de juillet 1958 et dans les deux laboratoires de Bougival et Saint-Germain, les effets de périodes voisines de 24 h 50 mn sont peu différents, alors que les effets de périodes voisines de 24 h et 12 h sont sensiblement de valeurs opposées.

Dans une précédente Note (1) j'ai montré que les structures périodiques des séries d'observations de juillet 1958 du mouvement du pendule paraconique à support anisotrope se correspondent d'une façon remarquable lorsque les observations sont analysées avec un filtre de Buys Ballot de 25 h. La présente Note rend compte des résultats obtenus avec des filtres de 24 h 50 mn, 24 h et 12 h.

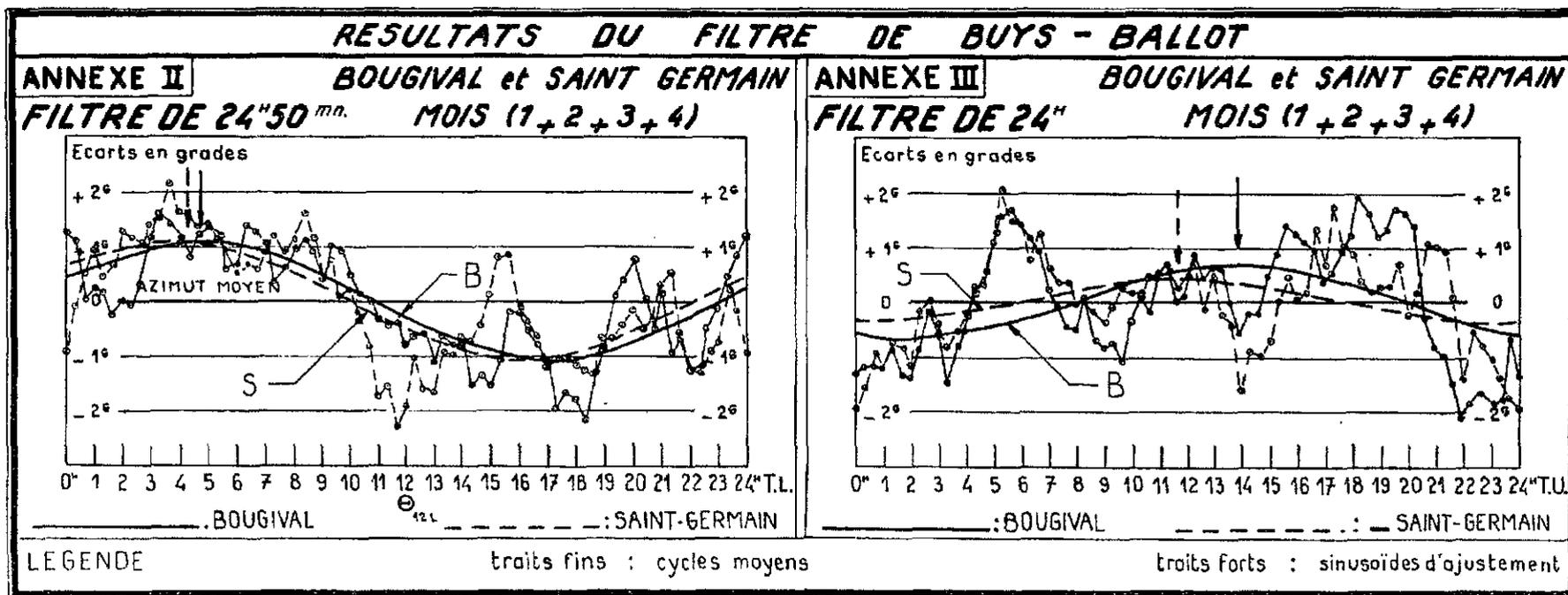
Le tableau donné en Annexe I donne les résultats numériques d'ensemble de ces analyses et les Annexes II à VIII les représentent graphiquement. Les notations B et S correspondent respectivement aux deux pendules de Bougival et Saint-Germain, B + S et B - S correspondent à la demi-somme et à la demi-différence des azimuts observés. Les 30 jours d'observation ont été répartis en quatre périodes élémentaires de 7, 8, 8 et 7 jours désignées par les chiffres 1, 2, 3 et 4. La notation 1 + 2 désigne la première quinzaine et la notation 1 + 2 + 3 + 4 le mois entier. Θ représente l'heure du sommet de la sinusoïde d'ajustement en temps universel : $\Theta - \Theta_{1,2,3}$ représente l'heure du sommet en temps lunaire, en prenant comme origine l'heure de passage de la Lune au méridien.

On constate que tout se passe comme si, au cours du mois de juillet 1958, les effets d'une période voisine de 24 h 50 mn étaient sensiblement les mêmes dans les deux laboratoires, les effets de périodes voisines de 24 h et 12 h étant de signe opposé.

Les graphiques V à VIII montrent que cette structure se constate également dans chaque quinzaine considérée isolément (2).

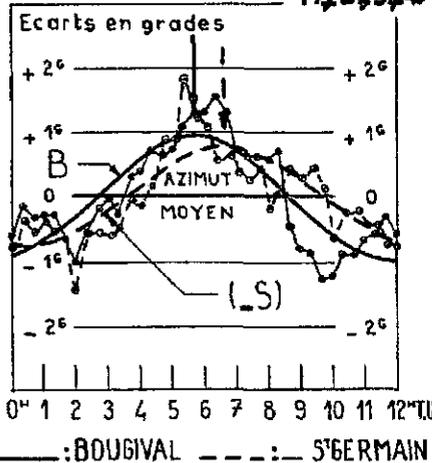
On voit encore qu'en prenant pour le filtre la valeur rigoureuse de 24 h 50 mn, soit 24 h de temps lunaire, les résultats d'analyse pour B et S

ANNEXE I						TABLEAU DES RESULTATS DE JUILLET 1958					
PERIODE DU FILTRE	PENDULE	PERIODE DE TEMPS	2R	⊙	⊙-⊙ _{12L}	PERIODE DU FILTRE	PENDULE	PERIODE DE TEMPS	2R	⊙	⊙-⊙ _{12L}
24 ^h 50 ^{mn}	B	1+2+3+4	2,174		- 7 ^h 23	25 ^h	B+S	1+2	1,804		- 7 ^h 45
	S	"	2,106		- 7 ^h 55		"	3+4	2,880		- 8 ^h 01
25 ^h	B	1+2+3+4	2,662		- 8 ^h 01	24 ^h	B-S	1+2	0,502	13 ^h 17	
	S	"	1,840		- 7 ^h 47		"	3+4	1,708		13 ^h 49
24 ^h	B	1+2+3+4	1,394	13 ^h 56		12 ^h	B-S	1+2	1,502		5 ^h 26
	-S	"	0,776	11 ^h 40			"	3+4	1,986		6 ^h 31
12 ^h	B	1+2+3+4	1,890	5 ^h 41		25 ^h	B-S	1+2	1,388		7 ^h 23
	-S	"	1,540	6 ^h 30			-(B-S)	3+4	1,880		7 ^h 54

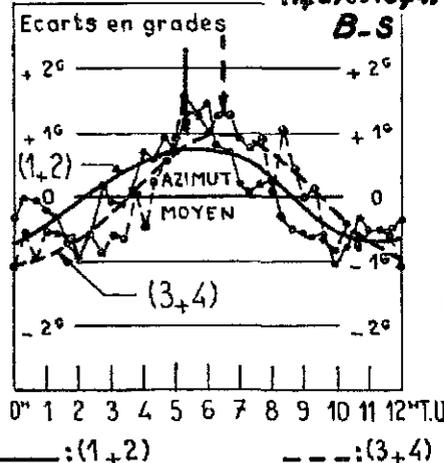


RESULTATS DU FILTRE DE BUYS - BALLOT

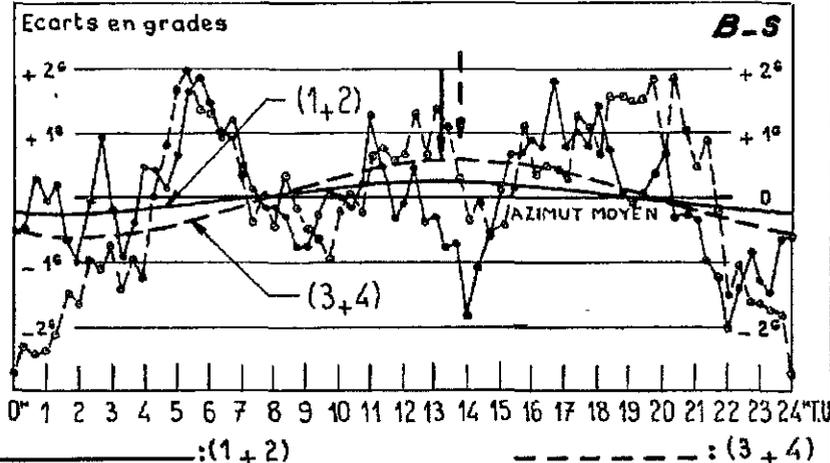
ANNEXE IV BOUGIVAL et S'GERMAIN
MOIS
FILTRE DE 12" (1,2,3,4)



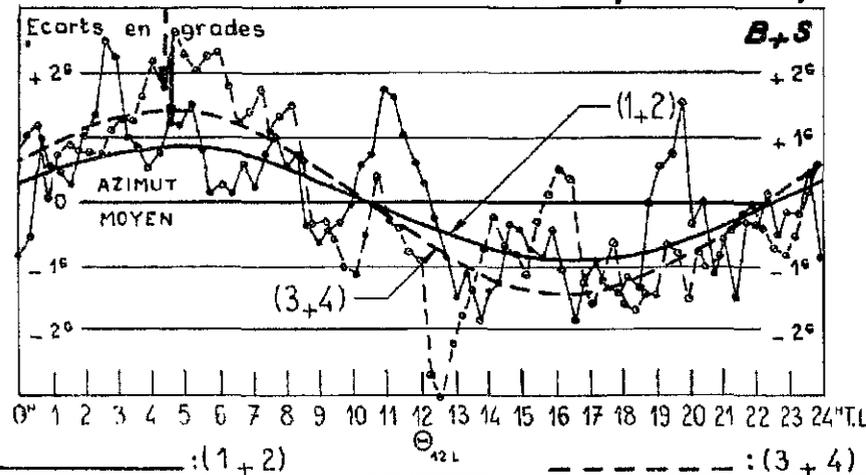
ANNEXE V BOUGIVAL - S'GERMAIN
QUINZAINES
FILTRE DE 12" (1,2) et (3,4)



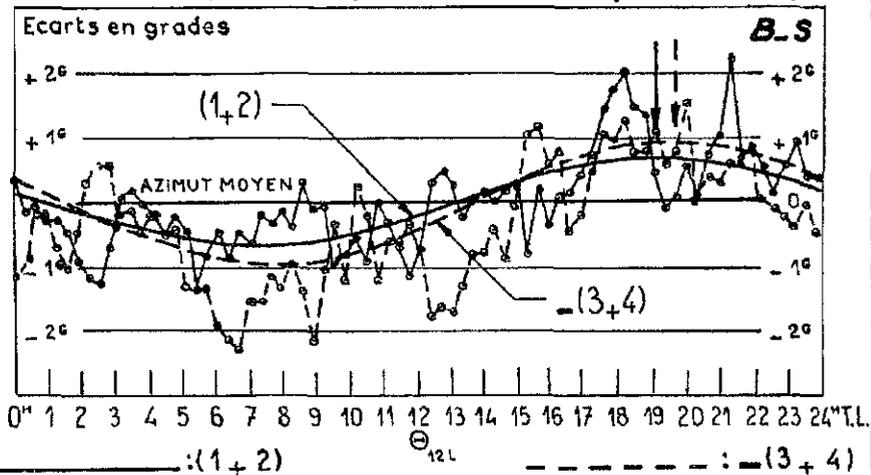
ANNEXE VI BOUGIVAL - SAINT GERMAIN
FILTRE DE 24" QUINZAINES (1+2) et (3+4)



ANNEXE VII BOUGIVAL + SAINT GERMAIN
QUINZAINES (1+2) et (3+4)



ANNEXE VIII BOUGIVAL - SAINT GERMAIN
QUINZAINES (1+2) et (3+4)



LEGENDE : traits fins : cycles moyens

traits forts : sinusoides d'ajustement

sont dans l'ensemble beaucoup plus voisins que ceux correspondant au filtre de 25 h (Annexes I et II et *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 1428).

(¹) Séance du 10 novembre 1958.

(²) *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 1428.

(³) On voit que la demi-somme $B + S$ ne comporte pratiquement pas de composantes de périodes voisines de 24 h et 12 h, alors que la demi-différence $B - S$ ne comporte pratiquement pas de composante de période voisine de 24 h 50 mn.

L'application du filtre de 25 h de Buys Ballot à $(B - S)$ équivaut ainsi à l'application d'un filtre de 25 h à une onde de 24 h.

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 247, p. 2284-2287, séance du 22 décembre 1958.)

MÉCANIQUE. — *Détermination expérimentale de l'influence de l'anisotropie du support sur le mouvement du pendule paraconique.* Note (*) de M. MAURICE ALLAIS, présentée par M. Albert Caquot.

L'influence du support sur le mouvement du pendule paraconique peut être obtenue par l'étude de la corrélation des éléments caractéristiques du mouvement avec l'azimut de départ.

Pour mettre en évidence l'influence de l'anisotropie du support sur le mouvement du pendule paraconique au cours d'une expérience d'une durée $\theta = 14$ mn, j'ai procédé à des lâchers successifs dans des azimuts équidistants de q grades ainsi qu'il suit (¹).

Dans chaque azimut p lâchers sont effectués; $200 p/q$ expériences sont ainsi réalisées. Pour éliminer toute influence systématique avec le temps, l'ordre de succession des azimuts de départ est déterminé à l'aide d'une table de nombres au hasard.

Au cours d'une expérience donnée de durée θ le plan d'oscillation du pendule se déplace d'un angle $\Delta\Phi$ à partir de l'azimut initial Φ_0 choisi. En portant en abscisses les Φ_0 et en ordonnées les variations moyennes en grades par minute

$$\bar{\Phi}' = \frac{\Delta\Phi}{\theta}$$

on obtient un graphique de corrélation entre la vitesse moyenne de déplacement angulaire par minute et l'azimut de départ.

Si pour chaque azimut, on fait la moyenne des $\bar{\Phi}'$ on obtient une courbe qui a l'allure d'une sinusoïde. On peut alors par la méthode des moindres carrés calculer la sinusoïde d'ajustement

$$\bar{\Phi}' = a_0 + a_1 \sin 2(\Phi - \Sigma_1)$$

qui représente le mieux l'ensemble des observations.

On observe alors que les résidus de la corrélation ont encore une allure sinusoïdale de période deux fois plus faible et l'on est finalement conduit à la représentation

$$\bar{\Phi}' = a_0 + a_1 \sin 2(\Phi - \Sigma_1) + a_2 \sin 4(\Phi - \Sigma_2).$$

ANNEXE II

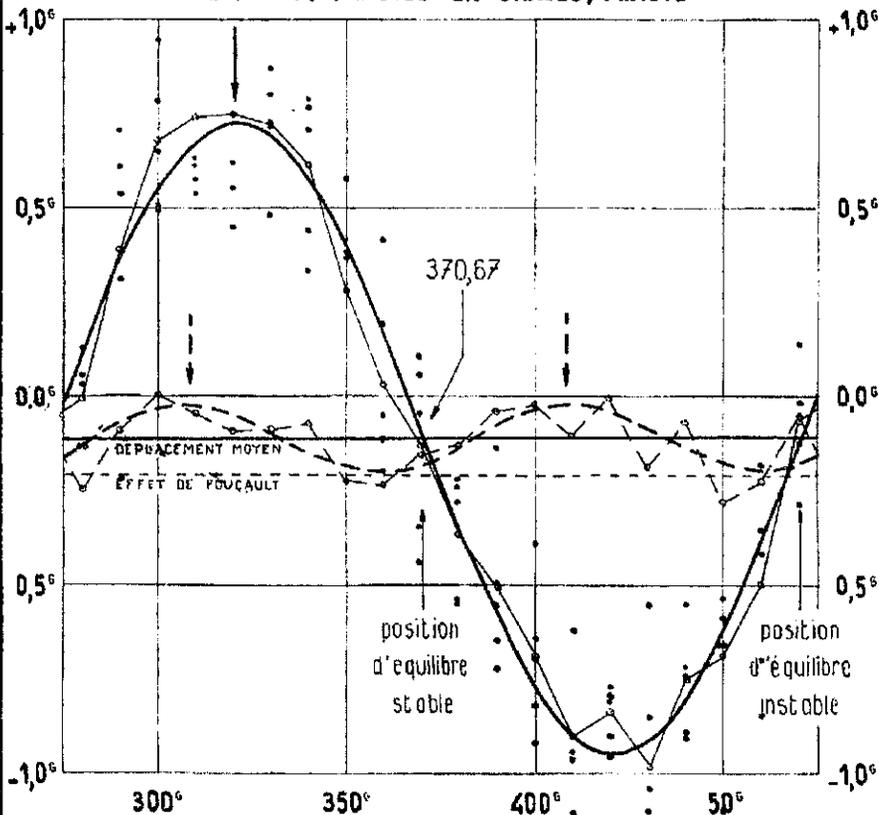
CORRELATION DU MOUVEMENT DU PENDULE PARACONIQUE
AVEC L'AZIMUT DE DEPART

4 AU 10 MARS 1955

ANNEXE II A

PENDULE P₁
DISQUE VERTICAL

Φ' · DÉPLACEMENT DU PLAN D'OSCILLATION
APRES 14 MINUTES EN GRADES/MINUTE



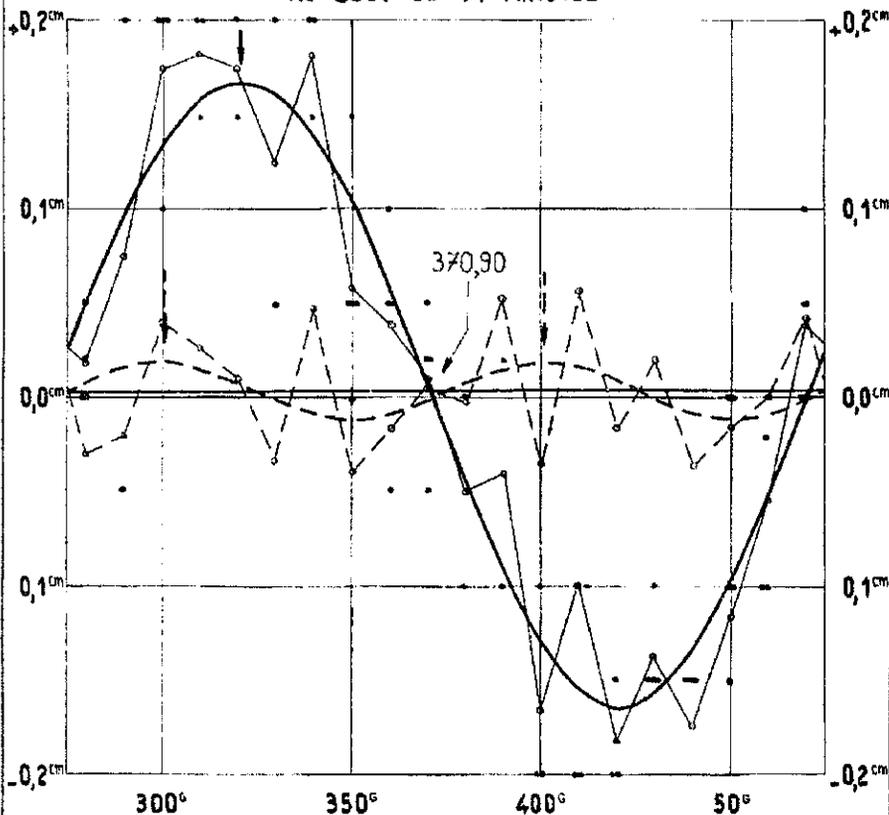
4 AU 10 MARS 1955

ANNEXE II B

PENDULE P₁
DISQUE VERTICAL

2b

PETIT AXE DE L'ELLIPSE
AU BOUT DE 14 MINUTES



- observations élémentaires
- courbe moyenne
- sinusoïde d'ajustement

- courbe moyenne des résidus
- sinusoïde d'ajustement des résidus

Nota: Les écarts par rapport aux courbes moyennes sont dus à la fois à l'influence des billes et à une influence systématique au cours du temps

Germain permet de s'assurer que les deux supports ont bien la même influence sur les mouvements.

On voit que lorsque l'azimut du pendule s'établit durablement dans un azimut éloigné de 370 grades, c'est qu'une cause C agit qui contrebalance l'effet de la suspension qui, tel qu'il ressort des expériences analysées ci-dessus, serait de ramener rapidement le plan d'oscillation dans la zone du plan Σ_1 laquelle, compte tenu de l'influence conjuguée du support et des billes, constitue une région d'équilibre stable. Pour un écart de 50 grades, la cause C équivaut à environ trois fois la force de Foucault.

Les fluctuations, dues à la cause C de la position d'équilibre du pendule correspondent aux anomalies du pendule paraconique à support anisotrope.

(*) Séance du 26 janvier 1959.

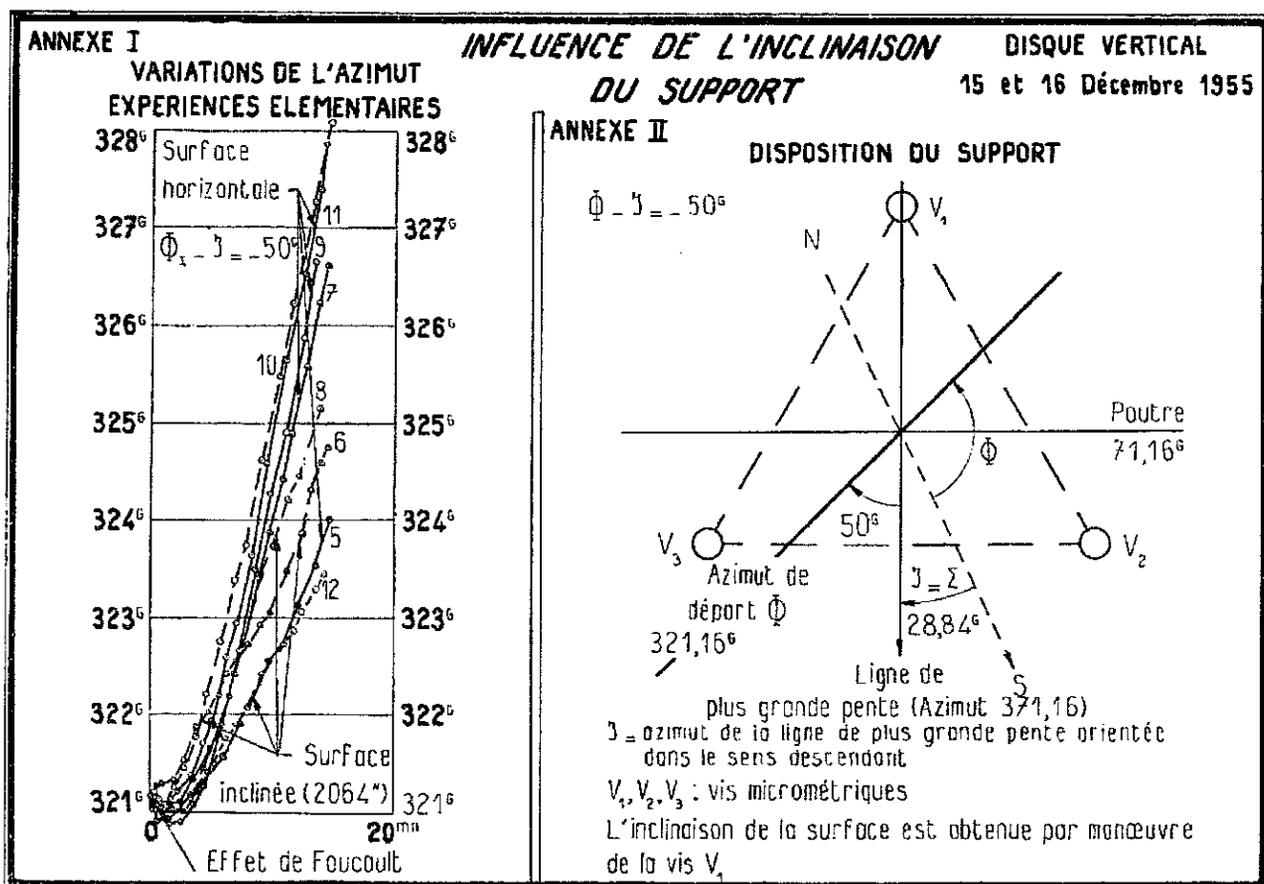
(¹) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 2469; 245, 1957, p. 1697; 245, 1957, p. 1875; 245, 1957, p. 2001; 245, 1957, p. 2170; 245, 1957, p. 2467; 247, 1958, p. 1428; 247, 1958, p. 2284; 248, 1959, p. 359.

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 248, p. 764-767, séance du 9 février 1959.)

MÉCANIQUE. — *Détermination expérimentale de l'influence de l'inclinaison de la surface portante sur le mouvement du pendule paraconique à support anisotrope.* Note (*) de M. MAURICE ALLAIS, présentée par M. Albert Caquot.

La comparaison des résultats expérimentaux obtenus en faisant varier l'inclinaison de la surface support de la bille du pendule paraconique, soit au cours de lâchers dans un azimut donné, soit au cours d'expériences doublement enchainées, montre que les variations périodiques d'azimut au cours du temps ne peuvent pas être considérées comme résultant des variations de l'inclinaison du support par rapport à la verticale.

1. Pour déterminer l'influence de l'inclinaison du support (1) et pour éliminer toute influence périodique systématique j'ai réalisé des expériences successives, la surface du support étant alternativement horizontale et inclinée.



J'appelle i l'inclinaison du support et β l'angle que fait avec le vecteur nord-sud la projection de la ligne de plus grande pente orientée vers le bas. L'azimut du plan d'oscillation est désignée par Φ . Je donne en annexe II les résultats

LEGENDE DES ANNEXES II A IVB

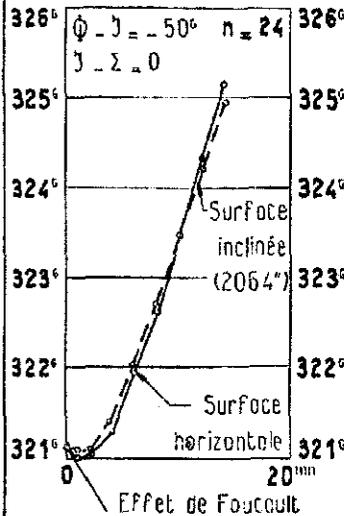
INFLUENCE COMPAREE DE L'INCLINAISON DU SUPPORT ET DU TEMPS

DISQUE VERTICAL

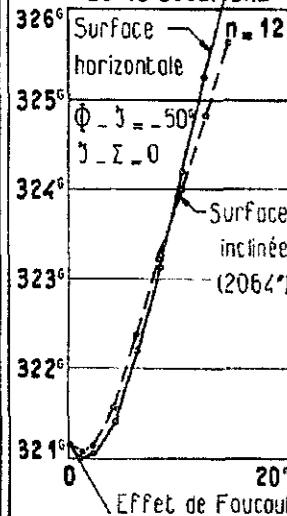
15 et 16 Décembre 1955

— Moyenne de n expériences — Surface horizontale
 - - - Moyenne de n expériences — Surface inclinée de 34,4 minutes sexagésimales
 34,4 minutes sexagésimales = 2 tours de vis
 1 tour de vis = 100 divisions du niveau
 1 division du niveau = 10,32 secondes sexagésimales
 inclinaison : ligne de plus grande pente perpendiculaire à la poutre ($\beta - \Sigma = 371,16$ grades)
 lancement : à 50° de la projection de la ligne de plus grande pente

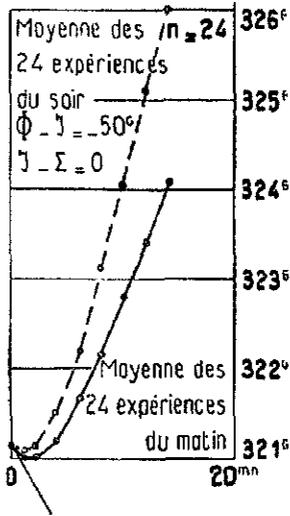
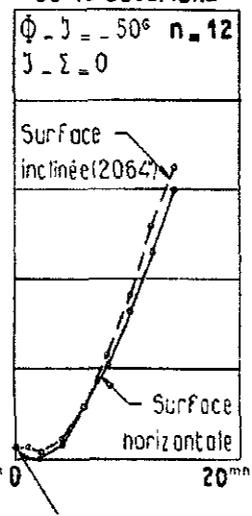
ANNEXE III
 COURBES MOYENNES



ANNEXE IV
 IZA. MOYENNES DU 15 DECEMBRE
 IXC. MOYENNES DU 16 DECEMBRE



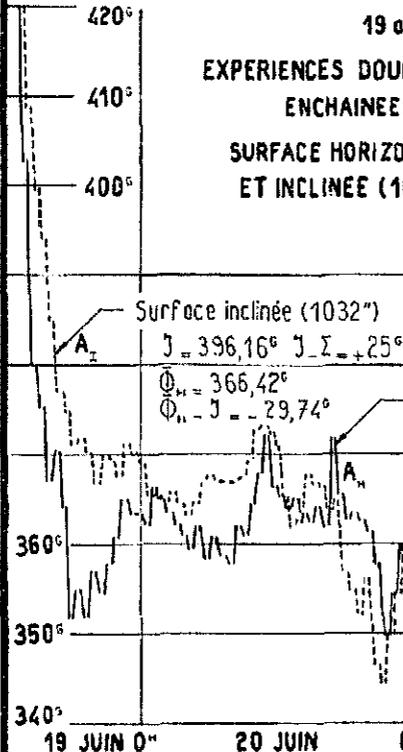
IXB. MOYENNES IXC. INFLUENCE DU TEMPS



ANNEXE V

DISQUE VERTICAL
 19 au 23 Juin 1957

EXPERIENCES DOUBLEMENT ENCHAINÉES
 SURFACE HORIZONTALE ET INCLINÉE (1032'')

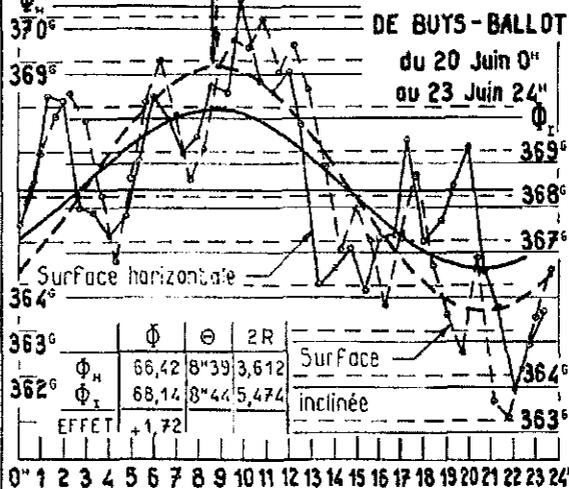


$V_H =$ Variation de $A_H = 26,8^\circ$ $V_I = 1,57 \neq \frac{R_I}{R_H} = 1,516$
 $V_I =$ variation de $A_I = 42,4^\circ$ $V_H =$
 du 20 Juin 0'' au 24 Juin 24''

Valeur moyenne de l'écart entre les deux courbes du 20 Juin 0'' au 23 Juin 24'' : 1,72 grade
 Valeur moyenne de la valeur absolue de l'écart : 4,56 grades

ANNEXE VI

FILTRE DE 24''
 DE BUYS-BALLOT
 du 20 Juin 0'' au 23 Juin 24''



obtenus les 15 et 16 décembre 1955 avec le pendule P_1 ⁽²⁾ pour 48 expériences de 14 mn, les expériences impaires correspondant à une surface horizontale et les expériences paires à une surface inclinée, les billes étant changées après chaque expérience pour $i = 2064''$ et $\Phi - \mathcal{J} = -50$ gr. Bien que chaque expérience élémentaire soit sérieusement perturbée par l'influence des billes (voir en annexe I les résultats correspondant aux expériences 5 à 12), les courbes moyennes des 24 expériences impaires et des 24 expériences paires sont peu différentes. Il en est de même des moyennes calculées pour les 15 et 16 décembre (annexe III).

Cependant, si l'on considère les courbes moyennes de toutes les expériences du matin et du soir sans tenir compte de l'inclinaison, on trouve deux courbes moyennes très différentes. Des résultats analogues ont été obtenus les 22 et 24 mai 1957 pour $i = 1032''$ et $\Phi - \mathcal{J} = -25$ gr. Ces résultats montrent que l'influence systématique de l'époque, à quelques heures de distance, sur le mouvement est beaucoup plus grande que l'influence due à une inclinaison de l'ordre de 2 000 secondes sexagésimales. Il est très remarquable que dans tous les cas les tangentes au départ des courbes moyennes correspondent exactement à l'effet de Foucault.

2. Par ailleurs, du 19 au 23 juin 1957, j'ai fait une série continue, de jour et de nuit, d'expériences doublement enchaînées d'une durée élémentaire de 14 mn. Pour les expériences impaires la surface était horizontale et pour les expériences paires on avait $i = 1032''$, $\mathcal{J} = 396$ gr. Les billes étaient changées à chaque expérience. Chaque expérience impaire de 14 mn commençait dans l'azimut auquel avait mené l'expérience impaire précédente, et de même pour les expériences paires. On a ainsi deux séries d'observations enchaînées indépendantes (annexe V). Les écarts qu'elles présentent sont dues d'une part à une légère influence systématique de l'inclinaison de la surface (1,72 gr pour $1032''$ pour $\Phi - \mathcal{J} = -29,7$ gr) et d'autre part à un effet accidentel prépondérant dû aux billes. Pour ces deux séries le filtre de Buys-Ballot (*fig. VI*) pour 24 h donne deux courbes de même allure, l'effet des billes étant pratiquement éliminé et l'inclinaison paraissant augmenter l'amplitude de l'effet périodique ⁽³⁾. Par ailleurs huit expériences doublement enchaînées chacune d'une durée de 10 h réalisées en mai-juin 1957 avaient mis en évidence une influence systématique de 2,77 gr pour une inclinaison double de $2064''$ et $\Phi - \mathcal{J} = -33,77$ gr. De toutes ces expériences et compte tenu des erreurs accidentelles, on peut conclure que l'influence de l'inclinaison est proportionnelle à i et approximativement égale à 1,5 gr pour $1000''$, pour $\Phi - \mathcal{J}$ peu différent de -30 gr.

3. Ces nombres peuvent être utilement rapprochés des résultats obtenus à Bougival et Saint-Germain en juillet 1958. Les amplitudes $2R$ des effets

correspondant au filtre de 24 h 50 mn ont été de l'ordre de 2,15 gr alors que les variations journalières des niveaux n'ont jamais dépassé 8'' (⁴).

4. De toutes ces indications il résulte que les effets périodiques constatés ne sauraient être attribués aux variations de l'inclinaison de la verticale.

(*) Séance du 1^{er} décembre 1958.

(¹) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 2469; 245, 1957, p. 1697, 1875, 2001, 2170 et 2467; 247, 1958, p. 1428.

(²) Pendule utilisé pendant les expériences continues de 1954 et 1955.

(³) Sans doute en favorisant la formation d'ellipses.

(⁴) Rappelons que les déviations théoriques de la verticale due à l'action lunisolaire sont de l'ordre du centième de seconde sexagésimale.